

數學科素養導向試題示例說明

數學是一種工具學科，素養教育以培養學生於日常生活及職場環境中，運用數學思考，解決所面臨的問題，並於過程中與人互動、討論，進而養成對於數學應用的正面態度。十二年國民基本教育之課程強調以學習者為中心，學習表現重視認知(概念的了解、程序的執行、問題的解決、連結與應用)、技能(工具的應用)與情意(信念的養成)，學習內容則依不同類群需求(分為數學 A、數學 B 及數學 C)，涵蓋其領域之重要概念、原理原則及技能等知識。

技專校院入學測驗中心(以下簡稱本中心)依據教育部公布之《十二年國民基本教育課程綱要技術型高級中等學校-數學領域》規範，從「學習表現」、「學習內容」、「核心素養」等構面進行探究，參酌課程綱要附錄一「數學領域學習重點與核心素養呼應表參考示例」進行研發素養導向試題示例，歸納統測數學科素養導向試題之特色可由下列向度進行說明：

一、測驗目標

學生應紮實數學知識，學科內容的理解是素養導向試題評量標的之一。技高學生數學學習亦應強化問題解決與專業應用，配合專業領域或日常生活所需之工具與知能，以符號表達、程序運算、圖表繪製等數學方法解決實際發生的問題。統測為分科測驗，數學科測驗目標仍應掌握數學科學科之基礎能力，進而適度納入技高學生跨領域學習經驗(專業領域或日常生活)，以評量學生應用的能力。

二、題幹設計

素養導向試題題幹設計應完備答題所需之情境與訊息，透過閱讀試題說明，判斷、篩選重要訊息，並連結至數學概念、程序或方法，正確執行數學運算與關係來解決問題。

三、題材選擇

素養導向試題題材選擇以學生生活經驗或專業學科情境為主，並導引學生善用圖形設計思考，以培養在日常經驗中體驗數學的價值，強化務實致用的理念。試題題材選擇可參酌課程綱要附錄二「議題適切融入領域課程綱要」之議題項目。

四、題型發展

素養導向試題題型以系統化的方式設計，強化數學概念與學習經驗背景的連結，深化以數學做為問題解決工具之應用能力與素養，著重探究思考能力。

為使外界更明確了解素養導向試題特色，並使試題更多元，完整評量學生能力，舉例說明如下。

素養導向試題示例分析表說明：

學習表現	對照技術型高級中等學校「數學領域」課程綱要之「學習重點」
學習內容	
說明	說明試題設計理念及對應之核心素養

統測數學素養導向試題示例

【示例 1】

某一港口的燈塔位於一筆直的防波堤末端，現有一艘小艇由防波堤對岸的工作站出發到達防波堤。若以觀察者為原點建立坐標系，則燈塔、防波堤起點、工作站的坐標如圖所示(單位是百公尺)。試問小艇從工作站到防波堤的最短距離大約是多少公尺？

(A)800 (B)1200 (C)1600 (D)2000



正答：B

試題分析

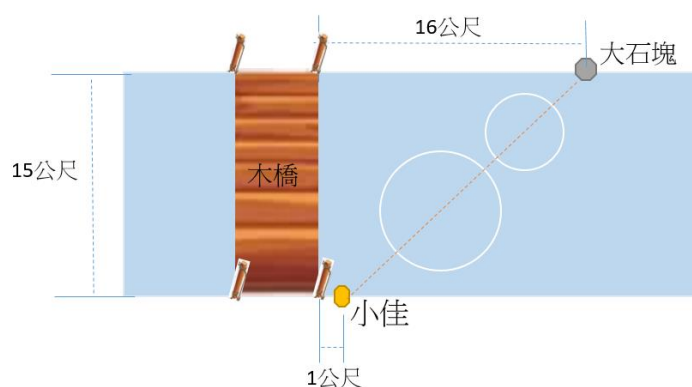
學習內容	坐標系與函數圖形、直線方程式
學習表現	1-V-1 概念的了解 1-V-2 程序的執行
說明	<p>一、系統思考與解決問題：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 要將「最短距離」與「點到直線的距離」這兩個觀念進行統整，把求最短距離的問題轉換從點到直線的距離之面向進行分析，故須把直線方程式求出，以解決問題。 2. 以座標系來描述真實環境中景點的相對位置，經由直線方程式來尋求點到線的最短距離。 3. 經由數學觀念判斷$\sqrt{41}$之值落在 6~7 之間，進一步推導估算小艇到防波堤的距離。 <p>二、符號運用與溝通表達：</p> <p>運用數學知識精確地使用適當的符號去描述問題情境，將問題求點(0,15)到通過(-14,11)與(-4,5)兩點的直線的距離。</p> <p>三、核心素養：數 V-U-A2：系統思考與解決問題、數 V-U-B1：符號運用與溝通表達</p> <p>四、議題融入：海洋教育：了解海港地理特性且能夠連結並應用數學的概念於海港情境中</p>

試題解析	<p>通過(-14,11)與(-4,3)兩點的直線斜率為</p> $\frac{3-11}{(-4)-(-14)} = \frac{-8}{10} = \frac{-4}{5}$ <p>寫出直線方程式為</p> $y-3 = \frac{-4}{5}(x-(-4))$ $5y-15 = -4x-16$ $4x+5y+1 = 0$ <p>點(0,15)到直線$4x+5y+1=0$的距離為</p> $\frac{ 4 \times 0 + 5 \times 15 + 1 }{\sqrt{4^2 + 5^2}} = \frac{76}{\sqrt{41}} \text{ (百公尺)}$ $36 < 41 < 49$ $\sqrt{36} = 6 < \sqrt{41} < \sqrt{49} = 7$ $\sqrt{41} \sim 6.**$ <p>所以，$\frac{76}{\sqrt{41}} \sim \frac{76}{6} \sim 12 \text{ (百公尺)} = 1200 \text{ 公尺}$</p>
------	---

【示例 2】

小佳在一條河寬 15 公尺的岸邊玩打水漂遊戲，他向河面擲出石頭，石頭沿著直線行進並在水面形成一個個圓形的漣漪。有一個連接兩岸的木橋，如圖所示，若小佳站在木橋頭的木樁右方 1 公尺處，朝對岸方向擲出石頭。石頭彈跳了兩下後剛好擊中對岸的一塊大石頭。若設立一個平面坐標系，小佳所在的河岸為 x 軸，小佳的位置定為 $(1, 0)$ ，大石頭的坐標為 $(16, 15)$ ，則下列哪一個方程式的圖形可為某一個漣漪？

- (A) $x^2 - 4x + y^2 + 6y + 9 = 0$ (B) $x^2 - 12x + y^2 - 10y + 36 = 0$
 (C) $x^2 - 4x + y^2 - 6y + 4 = 0$ (D) $x^2 - 12x + y^2 + 10y + 45 = 0$



正答：B

試題分析

學習內容	圓方程式、圓與直線的關係
學習表現	1-V-1 概念的了解 1-V-3 問題的解決 1-V-4 連結與應用
說明	<p>一、系統思考與解決問題：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 能求通過已知兩點之直線方程式、圓方程式的一般式與標準式及之間的轉換、能由圓的標準式得到圓心坐標。在綜合概念上，能將生活情境問題有關幾何的問題以坐標化方式來解決、參考特定標的物作為坐標原點都是數學上很重要的能力與素養。 2. 以圓方程式來描述漣漪，以直線方程式來描述石頭的方向，並以此描述、解釋打水漂遊戲。在布題上，為符合真實情境有關打水漂遊戲時，人們在意的是比較彈跳次數（多寡或特定次數）、方向準確度、以及石子飛行距離等，因此將學生有興趣的要素選擇適合的要素入題，如彈跳兩次後擊中某特定物。 3. 辨識圓心是否落在直線方程式上，用以判斷是否可能為此漣漪的形式。

	<p>二、符號運用與溝通表達： 能瞭解題目敘述有關生活情境的文字表徵與圖形表徵，轉換為直線方程式與圓方程式的式子表徵。圓方程式的一般式與標準式兩個式子表徵之間的轉換。</p> <p>三、核心素養：數 V-U-A2：系統思考與解決問題、數 V-U-B1：符號運用與溝通表達</p> <p>四、議題融入：環境教育:參與戶外學習與自然體驗，並能夠運用數學念、程序或方法解決問題，從中體驗到數學的價值</p>
試題解析	<p>通過(1,0)與(16,15)兩點的直線方程式為 $y = x - 1$</p> <p>以圓方程式來描述真實世界的漣漪： $x^2 - 12x + y^2 - 10y + 36 = 0$，$(x - 6)^2 + (y - 5)^2 = 25$</p> <p>以圓心是否落在直線方程式上，判斷是否可能為此漣漪的形式： 圓心(6,5)在 $y = x - 1$ 線上，答案是(B)。</p>

【示例 3】

試題	<p>路口發生一起機車撞到路人後駕車逃逸事件，但附近監視器發生故障，警察根據目擊者提供的資訊，發現肇事機車車牌號碼第 1 碼不是 U 就是 V，第 2、3 碼肯定都是 A，第 4、5 碼無法得知，第 6 碼不是 3 就是 8。已知車牌前三碼為英文大寫字母，後三碼為阿拉伯數字，試問滿足上述條件的車牌有多少個？</p> <p>(A) 200 (B) 400 (C) 800 (D) 1000</p> <p>正答：B</p>
----	--

試題分析

學習內容	排列組合												
學習表現	<p>1-V-2 程序的執行</p> <p>1-V-4 連結與應用</p>												
說明	<p>一、本題期望受試者能將此問題放到重覆排列的框架裡進行分析，連結重複排列概念到車牌事件情境，使用分解步驟程序去做解釋，並能正確執行乘法原理相關程序，進而解決問題，主要涉及「系統思考與解決問題」與「符號運用與溝通表達」兩個核心素養。</p> <p>二、系統思考與解決問題： 能將機車車牌號碼放到重覆排列的框架裡進行分析，把車牌的形成描述成 6 個步驟，第 i 個步驟先擺放第 i 碼，將生活中車牌號碼問題經由觀察，找出滿足肇事機車車牌號碼條件與各步驟有幾種方式完成的相關性，例如第 1 個步驟只能擺 U 或 V 故有 2 種方法等等，連結重複排列概念到車牌事件情境，找到解決方法。</p> <p>三、符號運用與溝通表達： 能辨識車牌問題與重覆排列的關聯，把車牌的形成描述成 6 個步驟，第 i 個步驟先擺放第 i 碼，再靈活運用乘法原理，判斷每個步驟有幾種方式完成，有效地與車牌事件連結，使用分解步驟程序去做解釋，並能正確執行相關程序，進而解決問題。</p> <p>四、核心素養：數 V-U-A2：系統思考與解決問題、數 V-U-B1：符號運用與溝通表達</p> <p>五、議題融入：人權教育：關心周遭不平的事件，採取行動保護弱勢</p>												
試題解析	<table border="1" data-bbox="416 1778 786 1877"> <tr> <td>U</td> <td>A</td> <td>A</td> <td>0-9</td> <td>0-9</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>V</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>8</td> </tr> </table> <p>$2 \times 1 \times 1 \times 10 \times 10 \times 2 = 400$</p>	U	A	A	0-9	0-9	3	V					8
U	A	A	0-9	0-9	3								
V					8								